

## ASPETTI AVANZATI NEL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI

### Descrizione del corso

#### Generalità

La crescente competitività del mercato globale spinge le aziende ad una continua ricerca volta al miglioramento del contenuto tecnologico dei propri prodotti. Fattore essenziale per un'effettiva evoluzione tecnologica nei tempi ristretti imposti dal mercato è la possibilità di simulare sempre più accuratamente il comportamento reale dei materiali. Potenzialmente il Metodo agli Elementi Finiti può fornire simulazioni di stupefacente accuratezza a patto però che l'utente abbia una conoscenza adeguata del metodo.

#### Obiettivi del corso

Il corso ha lo scopo di approfondire la conoscenza del FEM (Finite Element Method) al fine di ottimizzarne l'uso in problemi di media/grande dimensione e/o non-lineare. A tale scopo verranno presentati le tecniche di calcolo disponibili sottolineandone il campo di applicazione, l'efficienza e le modalità per il controllo dell'accuratezza. Molte delle tecniche numeriche presentate non sono normalmente riportate nei testi base FEM ed i manuali d'uso dei codici commerciali si limitano solo a specificare i parametri che l'utente è abilitato ad impostare. Pertanto questo corso fornisce anche quei dettagli che sono essenziali ad un uso ottimale dei metodi ed al controllo dell'errore. Comunque, data la finalità pratica del corso, gli argomenti trattati sono solo quelli che trovano applicazione nei codici di calcolo attualmente in commercio e l'approfondimento matematico è limitato alla sola comprensione delle procedure numeriche.

#### Contenuti del corso

Il corso sostanzialmente presenta le seguenti tecniche numeriche:

1. Tecniche di soluzione per sistemi di medie/grandi dimensioni.
2. Tecniche di soluzione problemi ad autovalori.
3. Tecniche di soluzione modale, implicita ed esplicita.
4. Tecniche di integrazione equazioni costitutive non-lineari.

Come esempio di riferimento il corso considera la soluzione dell'Equilibrio dei Corpi Solidi estesa al campo delle deformazioni finite e ai materiali non-lineari. Al fine di valutare la vera efficienza del FEM, una serie di esempi di soluzioni analitiche vengono presentate e confrontate con quelle numeriche.

#### Destinatari del corso

- ? I responsabili di gruppi di progettazione che intendono comprendere e valutare le potenzialità e limiti del FEM.
- ? I progettisti e gli analisti che ritengono necessario estendere le proprie conoscenze sulla tecnica FEM.
- ? I ricercatori scientifici che, pur non essendo specialisti, hanno la necessità di operare con codici di calcolo FEM.

#### Prerequisiti

Il corso presuppone una sufficiente conoscenza di base del FEM almeno per quanto riguarda la parte introduttiva riguardante la *formulazione discreta*. A coloro che non hanno tale conoscenza è consigliato la preliminare frequenza al corso *Introduzione al Metodo degli Elementi Finiti*.

**Materiale del corso**

Ad ogni partecipante al corso verranno fornite delle dispense/note relative agli argomenti trattati, assieme a copia dei lucidi/slides utilizzate durante le lezioni.

**Docenti**

Coordinatore del corso:  
Ing. Amintore Fusco, Ph.D

**Programma del corso****Tema 1**

Descrizione sommaria della metodologia risolutiva FEM  
Equazioni di Equilibrio dei Materiali solidi  
Soluzioni di sistemi di equazioni lineari

**Tema 2**

Soluzione problemi ad autovalori  
Metodo della Decomposizione Modale  
Metodo di integrazione diretta esplicita  
Metodo di integrazione diretta implicita  
Integrazione delle equazioni costitutive non-lineari

**Indice del corso****1. Descrizione sommaria del metodologia risolutiva FEM**

- 1.1. Tipologia delle equazione fisiche da risolvere
- 1.2. Formulazione ad Elementi Finiti
- 1.3. Tecniche numeriche di soluzione.

**2. Equazioni di Equilibrio dei Materiali Solidi**

- 2.1. Equazione differenziale dell'equilibrio
- 2.2. Formulazione FEM
- 2.3. Linearizzazione del problema.
- 2.4. Matrice degli smorzamenti.
- 2.5. Valutazione delle forze residue.
- 2.6. Casi particolari: analisi statiche, dinamiche, sismiche, costruzione e rimozione.

**3. Equazioni costitutive dei materiali solidi**

- 3.1. Elasticità lineare e visco-elasticità.
- 3.2. Modelli a modulo variabile
- 3.3. Elasto-plasticità
- 3.4. Modelli di danno.

**4. Soluzione di sistemi di equazioni lineari**

- 4.1. Il metodo di soluzione diretta di Gauss per sistemi simmetrici e non-simmetrici.
- 4.2. Il metodo iterativo del gradiente coniugato per sistemi simmetrici.

- 4.3. Il metodo iterativo GMRES per sistemi simmetrici e non-simmetrici.
- 4.4. Fonti di errori

## **5. Soluzione problemi ad autovalori**

- 5.1. Metodi di soluzione diretta.
- 5.2. Metodi di soluzione a blocco: QR e Lanczos.
- 5.3. Strategia di soluzione mista.

## **6. Metodo della Decomposizione Modale**

- 6.1. Analisi nel dominio del tempo.
- 6.2. Analisi nel dominio delle frequenze
- 6.3. Analisi spettrali

## **7. Metodo di integrazione diretta esplicita**

- 7.1. Schema di integrazione temporale
- 7.2. Formulazione massa consistente e lumped
- 7.3. Valutazione dell'errore nella frequenza propria.
- 7.4. Stabilità del metodo

## **8. Metodo di integrazione diretta implicita**

- 8.1. Schema di integrazione temporale
- 8.2. Metodo di Newton-Raphson e sue varianti.
- 8.3. Metodi per accelerare la convergenza.
- 8.4. LineSearch ed arclength.
- 8.5. Monitoraggio della soluzione
- 8.6. Criteri di convergenza.

## **9. Integrazione delle equazioni costitutive non lineari**

- 9.1. Schema di integrazione base
- 9.2. Algoritmi predictor-corrector.
- 9.3. Algoritmo Radial return.
- 9.4. Esempi di soluzione